

CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR EN FORMACIÓN INICIAL PARA ENSEÑAR LA RAZÓN COMO UN SIGNIFICADO DE LA FRACCIÓN

Ana María Reyes Camacho, Leticia Sosa Guerrero

Resumen

En este trabajo identificamos el conocimiento matemático de los profesores en formación inicial de primaria para la enseñanza de la razón como un significado de la fracción a través de un estudio cualitativo. Esta investigación se enfoca en el modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (*MTSK*, por sus siglas en inglés - *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*) con el objetivo de obtener información sobre el conocimiento en cuanto a los temas matemáticos (*KoT*, por sus siglas en inglés - *Knowledge of topics*), a partir de entrevistas semiestructuradas que permiten explorar los conocimientos del futuro profesor sobre el aprendizaje esperado que abordará (significado de razón), el eje de las matemáticas en el que se ubica, el enfoque y las competencias matemáticas que favorecen.

Palabras claves: Formación inicial de profesores, primaria, MTSK, razón.

Introducción

La formación inicial del profesor de primaria en el campo de las matemáticas demanda de éste una variedad de conocimientos que favorecen la gestión de contenidos como las fracciones. En este sentido, Ríos (2007) señala: “[...] Dominar más contenido del que se va a enseñar permite tener una visión amplia y profunda de cómo enseñar, hacer conexiones y transferencias entre los diversos saberes matemáticos” (p.121). Para algunos investigadores (Ávila, 2001; González, 2005; Llinares y Sánchez, 1997), las fracciones representan un tema complejo por los diferentes significados que poseen: relación parte-todo y medida, cociente, razón y operador; situación que propicia dificultades en su enseñanza y aprendizaje. La reforma en Educación Normal bajo el Plan de Estudios 2012, aspira a que los profesores en formación inicial adquieran el conocimiento disciplinar de matemáticas para contribuir al desarrollo de sus competencias docentes.

En esta investigación, se indaga sobre los conocimientos que tienen los profesores en formación en relación al significado razón y los significados de la fracción que asocian a su enseñanza en la escuela primaria, así como su ubicación en los ejes del estudio de las matemáticas, su relación con el enfoque y competencias de las matemáticas. Con frecuencia, el significado razón se designa como el último de los significados que se aborda en la escuela primaria (Gascón, 2013). En este sentido, la pregunta que guía la presente investigación es: ¿Cuáles son los conocimientos matemáticos que los profesores en formación inicial asocian al significado razón para su enseñanza?, cuyo propósito es caracterizar el conocimiento matemático de los profesores en formación inicial para enseñar el significado razón.

Marco teórico

La profesionalización del docente implica el reconocimiento de los conocimientos que están en juego durante el desarrollo de su tarea, conocimientos que por otra parte a lo largo del tiempo han sufrido una serie de cambios en función de las condiciones de la sociedad y se han convertido en objeto de estudio para contribuir a su buen desempeño como docente.

Desde hace décadas se han llevado a cabo una serie de investigaciones con el propósito de definir y organizar el conocimiento profesional de los profesores. Al respecto, Shulman (1986) realiza un trabajo sobre el conocimiento del contenido para la enseñanza, donde considera tres componentes esenciales de la materia que se va a enseñar: el conocimiento del contenido, el conocimiento didáctico del contenido y el conocimiento curricular.

En el caso de los estudios sobre los profesores que enseñan matemáticas surgieron algunas interrogantes: ¿Cuál es el conocimiento matemático que poseía el profesor? ¿Cuál es el conocimiento matemático que debe poseer para el ejercicio efectivo de su función docente? (Sosa, 2011). Ambos cuestionamientos encuentran respuesta en la práctica de los docentes en formación continua y de los profesores en formación inicial durante su estancia en la escuela primaria.

En Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán (2013) se presenta un modelo de conocimiento del profesor de matemáticas denominado el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), el carácter de especializado se debe a que afecta a todos los dominios y subdominios que lo integran y no sólo a alguno de ellos, los cuales pretenden avanzar en el análisis y la conceptualización del conocimiento especializado que requiere el profesor de matemáticas para su enseñanza. En la Figura 1 se presentan los componentes del conocimiento especializado del profesor de matemáticas a través de la representación gráfica del modelo MTSK. Las siglas empleadas para los dominios y subdominios corresponden a su nombre en inglés.

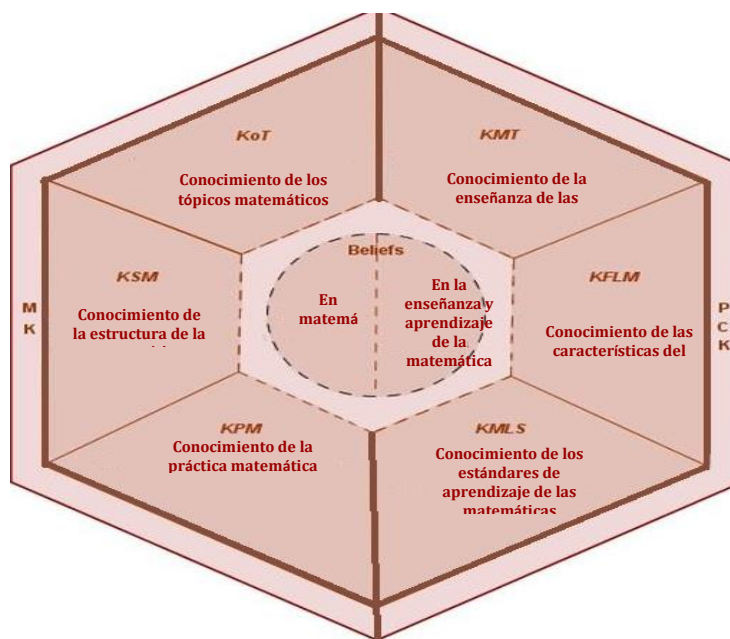


Figura 1. Diagrama del Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) (Carrillo, Contreras & Flores, 2013).

El dominio conocimiento didáctico del contenido (PCK) contemplan los subdominios: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS).

En lo que respecta al dominio conocimiento matemático (MK), se consideran tres subdominios de conocimiento (Carrillo et al., 2013; Montes, Contreras & Carrillo, 2013; Carrillo, Escudero & Flores, 2014): conocimiento de la práctica matemática (KPM), que hace énfasis en las formas de hacer y proceder en matemáticas, como son las distintas formas de demostrar o definir; por otra parte, el conocimiento de la estructura matemática (KSM), responde a la necesidad de conocer el objeto de enseñanza de manera integral y relacionada, donde entran en acción los conocimientos de las relaciones existentes entre contenidos avanzados y elementales; finalmente, se ubica el conocimiento de los temas matemáticos (KoT), subdominio que se estudia en el presente trabajo, hace referencia al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos escolares, así como su fundamentación teórica. Estos conocimientos responden a una mirada enfocada en lo que tiene sentido para el profesor, en tanto que se considera importante para él tener un conocimiento disciplinar profundo. Así, este subdominio ofrece cabida a conocimientos ligados al contenido, al conocimiento de la fenomenología de los conceptos, que aporta un bagaje de aspectos epistemológicos que le permite al profesor comprender diferentes significados atribuidos a un mismo contenido, además de poder hacer asociaciones con los conocimientos de propiedades y definiciones asociados a un determinado tema. Por lo cual, esta investigación pone énfasis en el estudio del KoT.

Método

La investigación educativa tiende a comprender situaciones particulares, pero no con el objetivo de generalizar, sino de propiciar la reflexión sobre la práctica y los conocimientos que el profesor emplea durante la anterior (Elliot, 1978, citado por Albert, 2007). Es en este espacio donde el enfoque interpretativo encuentra su lugar para indagar el significado de los fenómenos educativos, cuyo objetivo es la comprensión de los significados en relación con el contexto. Esta perspectiva rechaza la existencia de patrones que constituyen toda la realidad. De acuerdo con Pérez (1996):

La estrategia interpretativa en educación supondrá sumergirse en el ambiente natural de la escuela y del aula e indagar, observando, interrogando y contrastando, los factores que intervienen y su influencia relativa en la determinación y desarrollo de los problemas que aparecen en dicha realidad (p.123).

En este sentido, por la naturaleza de este trabajo, se atiende a una investigación cualitativa, que propicia la orientación hacia la exploración, descripción y entendimiento de las prácticas plasmadas por los profesores en formación inicial en cuatro entrevistas semiestructuradas que surgen de cuatro planificaciones que realizaron para abordar la enseñanza del significado razón en una sesión de clase. De esta manera, nos acercamos a la comprensión del conocimiento por medio de las interpretaciones que como investigadores se realizan de los datos obtenidos, las cuales se nutren de referentes teóricos respecto al

contenido matemático y de indicadores relacionados con el conocimiento del profesor de matemáticas (Rojas, 2014).

Los participantes fueron cuatro profesores en formación inicial (PFI1, PFI2, PFI3 y PFI4) que cursan el sexto semestre de la Licenciatura en Educación Primaria con el enfoque del Plan de Estudios 2012. Estos estudiantes llevaron todos los programas del área de matemáticas que se ubican en el trayecto formativo preparación para la enseñanza y el aprendizaje: Aritmética: su aprendizaje y enseñanza, Álgebra: su aprendizaje y enseñanza, Geometría: su aprendizaje y enseñanza y Procesamiento de la información estadística.

La fuente primaria para la recolección de datos son cuatro entrevistas semiestructuradas que surgen de cuatro planificaciones de los estudiantes para maestros donde se favorece la enseñanza de la razón como un significado de la fracción en un grupo de quinto grado de educación primaria. En este primer acercamiento al contenido de las entrevistas semiestructuradas aplicadas se pretende caracterizar el KoT que les permite abordar el significado razón.

Resultados

El conocimiento especializado del profesor de matemáticas se hace evidente en diferentes momentos durante el ejercicio de la docencia; una situación significativa es el trabajo que realiza en el aula con un grupo de alumnos, aunque, previo a esto existen otros documentos que dan cuenta de los conocimientos del profesor, tal es el caso de sus planes de clase.

En este reporte de investigación, se caracterizan los conocimientos de los temas matemáticos de los profesores en formación inicial a partir de la información que arrojan cuatro entrevistas semiestructuradas, teniendo como antecedente el diseño de planificaciones para abordar la noción de razón en cuatro grupos de quinto grado de educación primaria. Dichas entrevistas están estructuradas en función de los dominios y subdominios del MTSK. En este momento, se aborda el subdominio *Conocimiento de los temas matemáticos (KoT)* como parte del dominio Conocimiento matemático (MK). Las siguientes tres preguntas y respuestas que se analizan, comienzan a explorar el conocimiento que tienen los futuros profesores del contenido disciplinar de matemáticas, de manera general, contenido en los textos escolares de educación primaria.

La organización de las matemáticas, en el plan y los programas de estudio 2011 de Educación Primaria (1° a 6°) gira en torno a tres ejes: sentido numérico y pensamiento algebraico, forma, espacio y medida, y manejo de la información. Cuando se les pregunta a los estudiantes ¿Cuál es el eje de las matemáticas que se aborda en su plan de clase? Todos responden que se pretende estudiar el sentido numérico y pensamiento algebraico, pues es donde se plantea la resolución de problemas que implican suma y resta de fracciones. De acuerdo con Block (2008), la noción de razón se encuentra en la intersección de dos temas: los números racionales y la proporcionalidad, por lo que también se puede ubicar el estudio de la razón desde el eje manejo de la información, dentro de la proporcionalidad y funciones.

El estudio de las matemáticas en la educación primaria pretende favorecer que los niños desarrollen cuatro competencias: resolución de problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y, manejar técnicas eficientemente. Ante esta gama de competencias, PFI1 menciona que durante su clase

busca que los alumnos comuniquen información matemática y manejen técnicas eficientemente. Por su parte, PFI2 agrega la resolución de problemas de manera autónoma, además de las dos anteriores. PFI3 se enfoca a favorecer la resolución de problemas de manera autónoma. Finalmente, PFI4 pretende que avancen en la resolución de problemas de manera autónoma, comunicar información matemática y validar procedimientos y resultados. Como se puede apreciar, todos los estudiantes incorporan a su respuesta alguna o algunas de las cuatro competencias matemáticas.

Cuando se preguntó a los estudiantes, ¿Cómo se hace presente el enfoque de las matemáticas en su plan de clase? PFI4 señala “[...] Al plantear situaciones problemáticas”; PFI1 agrega que sí se hace presente porque se busca que el niño esté resolviendo problemas por sí sólo. Aquí se le otorga un papel activo al alumno, lo cual coincide con lo expresado por PFI2 “El enfoque de las matemáticas se hace presente porque es una actividad novedosa y les permite poner en práctica diferentes procedimientos para resolver actividades, además porque se invita a los alumnos a realizar un análisis de la reflexión de resultados, se propicia que formulen y den argumentos de lo que están haciendo”. Por su parte, PFI3 afirma que se hace presente porque “A partir del problema el niño construye sus hipótesis para resolver el problema y al final se la da el nombre formal”. En este caso, PFI3 retoma la participación de PFI4, PFI1 y PFI2, pero le agrega un papel activo al maestro, aunque de manera implícita cuando advierte que al final se da el nombre formal.

En relación al enfoque de las matemáticas, el programa de estudio 2011 señala que:

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar (SEP, 2011a, p. 67).

Como se puede apreciar, las ideas expresadas en esta cita textual establecen un rol específico para el maestro y el alumno, lo cual agrupa las respuestas que dan los estudiantes durante las entrevistas.

Las últimas tres preguntas que se presentan en este apartado de resultados exploran los conocimientos que tienen los futuros profesores sobre las fracciones y sus significados en relación a lo que plantean los programas de estudios de educación primaria (materiales escolares). ¿Cuál es el aprendizaje esperado de este plan de clase? Es otras de las preguntas que se plantean a los estudiantes. Para dar a conocer las respuestas de los profesores en formación se presenta la siguiente tabla:

PFI1	PFI2	PFI3	PFI4
“Que los alumnos conozcan la fracción en razón de la razón, es decir, cómo se ve la razón representada en	“Es que los niños expresen por medio de razón o cociente una comparación entre dos cantidades”	“Que los alumnos sepan resolver problemas con las fracciones pero como razón”	“Que los alumnos identifiquen el uso de la razón a partir de las fracciones”

fracciones”			
-------------	--	--	--

Tabla 1. Comparación de las respuestas de los profesores en formación inicial.

A partir de la información de este cuadro, se observa que PFI1 y PFI4 coinciden en que los alumnos identifiquen y conozcan la razón como un significado de la fracción. En cuanto a PFI3 coincide referente a que conozcan la razón como un significado de la fracción, pero agrega que resuelvan problemas que las impliquen. Mientras tanto, PFI2 avanza en la descripción de una razón geométrica “[...] Es de tipo multiplicativo, expresa cuántas veces una cantidad es la otra, es decir, su cociente” (Block, Mendoza & Ramírez, 2010, p.27).

Después de las interrogantes anteriores se planteó a los profesores en formación inicial las siguientes preguntas:

	a) ¿Cuáles significados y/o partes de la fracción se estudian en los grados anteriores (1º, 2º, 3º y 4º)?	b) ¿Cuáles significados y/o partes de la fracción se estudian en sexto grado?
PFI1	Primero se abordan como enteros, por ejemplo con representaciones gráficas (representa en un círculo un entero y luego un medio). De aquí se va a la representación numérica y se les explica que el de arriba es el numerador y el de abajo el denominador; las dos partes de la fracción. Concluye diciendo que el significado que se aborda es como parte de un todo.	En sexto grado se estudia la comparación entre cantidades, la suma de fracciones y al igual que la multiplicación de fracciones. Se define como un conocimiento más abstracto.
PFI2	La fracción como parte-todo y medida.	La fracción mixta y un repaso de la fracción como razón.
PFI3	La fracción como parte-todo (representación gráfica) y la fracción como equivalencia y la estructura, fracciones mixtas	Operaciones con fracciones (multiplicación, división, suma y resta)
PFI4	Parte-todo	Suma de fracciones y otras operaciones.

Tabla 2. Respuestas de los profesores en formación inicial

En relación a la pregunta a) PFI1, PFI2, PFI3 y PFI4 identifican parte-todo como uno de los significados que se abordan en los grados anteriores a quinto. En el caso de la PFI1 antes de hacer referencia al significado parte-todo expresa el tipo de contextos en donde se puede favorecer la enseñanza de las fracciones, en este caso continuo, además menciona algunas de sus representaciones (gráfica y numérica), identifica las partes de la fracción (numerador y denominador) y la función que desempeñan. En este sentido, PFI3, especifica la representación gráfica de una fracción desde el significado parte-todo. PFI2 es el único que identifica dos significados de la fracción (parte-todo y medida) que corresponden a los definidos por Llinares y Sánchez (1997).

Parte-todo y medida, cociente, razón y operador son los significados de las fracciones establecidos por Llinares y Sánchez (1997), por lo cual se toman como referente para ubicar las respuestas expresadas por PFI1, PFI2, PFI3 y PFI4 en las respuestas que dan a la pregunta b) ¿Cuáles significados y/o partes de la fracción se estudian en sexto grado? PFI2 menciona el significado de razón y el resto los define a partir de las operaciones con fracciones, dentro de las cuales se puede encontrar el significado de cociente y operador, pero de manera explícita no está.

Conclusiones

A partir de la información obtenida en las entrevistas semiestructuradas, se observa el KoT que los profesores en formación inicial de primaria poseen en relación al contenido disciplinar de matemáticas, presente en materiales escolares como el plan de estudios 2011 de Educación Básica y los programas de estudio de los diferentes grados de Educación Primaria (1º, 2º, 3º, 4º, 5º y 6º) tomando como objeto de enseñanza el significado de razón. Las diferentes respuestas que se presentan se convierten en indicios para explorar el conocimiento especializado que los futuros profesores tienen sobre algunas categorías del subdominio KoT (definiciones, procedimientos, registros de representación, propiedades y sus fundamentos y fenomenología).

Las primeras cuatro preguntas que se plantean en el apartado anterior, al igual que sus respuestas, muestran algunos indicios de conocimientos de la categoría *definiciones*, ya que intentan contextualizar el significado razón en la Educación Primaria, en función de lo que plantean los materiales escolares; se queda en indicios porque no se profundiza en la definición explícita de dicho significado. Una categoría más, de la cual se rescatan indicios es *registros de representación*, pues en las respuestas a las preguntas 5 y 6 se muestran algunos conocimientos de los profesores en formación inicial cuando señalan que existen diferentes formas de representación de las fracciones (gráfica y numérica) en relación al significado o significados que aborden.

En este reporte de investigación se manifiestan algunos indicios del KoT que los profesores en formación inicial poseen en una entrevista semiestructurada, previo a la aplicación de sus planificaciones para favorecer la enseñanza del significado razón en una sesión de clase en un grupo de quinto grado de primaria. Sin embargo, en investigaciones posteriores será objeto de estudio en sus clases y en otras entrevistas semiestructuradas que aporten no sólo indicios, sino evidencias del KoT de los futuros profesores.

Referencias

- Albert Gómez, M. J. (2007). *La investigación educativa: claves teóricas*. España: McGraw-Hill.
- Ávila, A. (2001). *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudios sobre los procesos de trasmisión y apropiación del saber matemático escolar*. México: UNAM (Tesis doctoral).
- Block, D. (2008). El papel de la noción de razón en la construcción de las fracciones en la escuela primaria. En R. Cantoral, O. Covián Chávez, R. M. Farfán Márquez, J. Lezama Andalón, & A. Romo Vázquez. *Investigaciones sobre enseñanza y*

- aprendizaje de las matemáticas: un reporte iberoamericano* (pp. 455 - 470). México: CLAME - Díaz de Santos.
- Block, D., Mendoza, T. & Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. México: SM.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Defining specialized knowledge for mathematics teaching. *Actas del CERME8*. Antalya, Turquía.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.). *Investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 193- 200). Granada, España: Comares.
- Carrillo, J., Escudero, D. & Flores, E. (2014). El uso del MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria. En *FOR-MATE Revista de análisis matemático-didáctico para profesores*. Vol. 1 (1), 16-26
- Gascón, J. (2013). *Razón de ser de los números negativos y racionales*. Barcelona: Universidad de Barcelona.
- González, I. (2005). *Los significados de la fracción en el discurso y en la práctica de los estudiantes de 4º grado de normal*. México: UPN (Tesis de maestría).
- Llinares, S. & Sánchez, M. (1997). *Fracciones*. España: SÍNTESIS.
- Montes M.A., Contreras, L.C., & Carrillo, J. (2013) Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, & N. Climent (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XVII*. (pp. 403-410), Bilbao, España.
- Pérez, A. (1996). Comprender la enseñanza en la escuela. Modelos metodológicos de investigación educativa. En J. Gimeno Sacristán. A. I. Pérez Gómez. *Comprender y transformar la enseñanza*. España: Ediciones Morata.
- Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. [en línea] *Revista Omnia* vol. 13, 120-157. Universidad del Zulia, Venezuela.
- Rojas, N. (2014). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos*. Granada: España. Tesis de doctorado publicada en http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/ver_detalle/7483/descargar/
- SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. México: Autor.
- (2011a). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria. Quinto grado*. México: Autor.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento Matemático para la enseñanza en bachillerato. Un estudio de dos casos*. Huelva: España. Tesis doctoral publicada en <http://hdl.handle.net/10272/4509>

Autores

Ana María Reyes Camacho; UAZ. México; anyreca0712@hotmail.com

Leticia Sosa Guerrero; UAZ. México; lsosa@mate.reduaz.mx